



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ : Effect of Organic Waste on Stream Ecosystems BOD – DO Sag Curve Modeling»



Είδος Αναφοράς :	Ατομική
Ημερομηνία Εκτέλεσης :	7/12/2022
Ημερομηνία Παράδοσης	23/12/2022
Όνομα Αναφοράς	Εργαστήριο 3: Effect of Organic Waste on Stream Ecosystems BOD – DO Sag Curve Modeling

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	2
Πρόβλημα.....	2
Μεθοδολογία-Αποτελέσματα	3
Άσκηση 1^η	3
1.1 Υπολογισμός συντελεστών k_s, k_o, k_1	4
1.2 1 ^ο Ερώτημα	8
1.3 2 ^ο Ερώτημα	8
Για το 2ο ερώτημα.....	8
Ερώτημα 2	9
Βιβλιογραφία	10
Παράρτημα για Matlab	11
Παράρτημα για EXCEL	12

Εισαγωγή

Η λίμνη Λυσιμαχία βρίσκεται νότια του νομού Αιτωλοακαρνανίας, της Στερεάς Ελλάδας και απέχει 5 χλμ. από την πόλη του Αγρινίου. Σχηματίζεται μεταξύ των βουνών Παναιτωλικού και Αράκυνθου, από τα οποία τροφοδοτείται και τα νερά της. Απέχει από την Τριχωνίδα 2 χλμ., αφού τις χωρίζει μόνο μία λωρίδα ξηράς. Τα πλεονάζοντα νερά της διοχετεύονται με την διώρυγα του Δίμηκου στον Αχελώο, δυτικά του Αγγελόκαστρου. Με διώρυγα συνδέεται και με την Τριχωνίδα, της οποίας δέχεται τα πλεονάζοντα νερά. Έχει σχήμα επίμηκες με χαμηλές όχθες. Το μέγιστο μήκος της είναι 6 χλμ. και το πλάτος της περίπου 3 χλμ., ενώ η επιφάνειά της φθάνει τα 13 τετ. χλμ.

Η αλόγιστη χρήση λιπασμάτων για τις εντατικές καλλιέργειες, έχει δημιουργήσει σημαντικά προβλήματα ευτροφισμού, στη λίμνη Λυσιμαχία, μέχρι το 2000 και παρότι η περιοχή βρίσκεται στο NATURA 2000, ήταν αποδέκτης των ανεπεξέργαστων λυμάτων της πόλης του Αγρινίου (Χαλκιά, 2013). Το 2000 κατασκευάστηκε ο βιολογικός σταθμός επεξεργασίας των αστικών λυμάτων της πόλης, όπου ρυπαίνει την λίμνη από τα απόβλητα των γύρω οικισμών λόγω απουσίας αποχετευτικού δικτύου.

Σχετικά πρόσφατα και σύμφωνα με τη Νομική Επιτροπή Χωροταξίας-Περιβάλλοντος (ΝΕΧΩΠ) του Υπουργείου Γεωργίας Μεσολογγίου, στην περιοχή έχει διανοιχθεί ανοιχτός βόθρος και συγκεκριμένα στον Αράκυνθο, ο οποίος επιβαρύνει τη λίμνη. Λειτουργεί ελαιοτριβείο στην περιοχή, το οποίο διαθέτει δικό του αποχετευτικό σύστημα με δεξαμενή και με τον τρόπο αυτό δεν επιβαρύνει το οικοσύστημα γιατί όπως είναι γνωστό τα λύματα των ελαιοτριβείων επιβαρύνουν σημαντικά το περιβάλλον, αφού έχουν ιδιαίτερα υψηλό B.O.D. και περιέχουν συνήθως τοξικά βαρέα μέταλλα. Σε όλη την περίμετρο της λίμνης Λυσιμαχίας υπάρχει έντονη η ανθρωπογενής επίδραση, η οποία εντείνει την υποβάθμιση των δασικών οικοσυστημάτων της λίμνης. Τόσο στη νότια όσο και στη βόρεια ακτή οι καλλιέργειες τείνουν να καταλάβουν όλο το χώρο.

Πρόβλημα

Ένα εργοστάσιο βιολογικού καθαρισμού εμπλουτίζει ένα ποτάμι με 5000 kg/year διαλυτό φωσφόρο. Το ποτάμι αυτό εισρέει στη λίμνη Λυσιμαχία, που βρίσκεται στο νομό Αιτωλοακαρνανίας, με παροχή $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{year}$. Η αρχική συγκέντρωση του διαλυτού φωσφόρου στη λίμνη είναι 8 mg/L . Ο όγκος της λίμνης είναι 107 m^3 . Από την επίλυση του συστήματος σε σταθερή κατάσταση της λίμνης έχει υπολογιστεί ότι η συγκέντρωση ισορροπίας του φωσφόρου είναι 26.53 mg/L και ο χρόνος παραμονής του νερού στη λίμνη 608,3 days. Από αναλύσεις του νερού έχει προκύψει ότι το ποσοστό του ολικού φωσφόρου που είναι ανόργανο είναι 90% και το οργανικό είναι 10%. Επίσης η συγκέντρωση της χλωροφύλλης στη λίμνη είναι 2.73 mg/L και χωρίς μεγάλο σφάλμα θεωρείται ότι η συγκέντρωση του φωσφόρου που είναι δεσμευμένος στη χλωροφύλλη είναι ίση με 2.73 mg/L . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στον ολικό φώσφορο (P_{total}) δεν συμπεριλαμβάνεται η συγκέντρωση του φωσφόρου που είναι δεσμευμένος στη χλωροφύλλη, διότι η συγκέντρωση ολικού φωσφόρου (P_{total}) αναφέρεται στο διαλυτό φώσφορο. Συνεπώς η αφαίρεση του φωσφόρου που είναι δεσμευμένος στη χλωροφύλλη από τη συγκέντρωση steady state του φωσφόρου του νερού μας δίνει τη συγκέντρωση του διαλυτού φωσφόρου στην οργανική και ανόργανη μορφή. Ζητείται να μοντελοποιηθεί η μεταβολή των

διαφορετικών μορφών του φωσφόρου στη λίμνη σε σχέση με το χρόνο και να γίνει το σενάριο για τη μελλοντική κατάσταση της λίμνης.

Μεθοδολογία-Αποτελέσματα

Πίνακας 1

Δεδομένα -Αποτελέσματα		
Παράμετρος	Τιμή	Μονάδες Μέτρησης
Όγκος	10000000000	L
Παροχή	16438356,16	L/day
Φορτίο	13698630137	μg/day
τ	608,3	days
οργ. W _o	1369863014	μg/day
ανόργ. W _i	12328767123	μg/day
N _i	21,42	μg/L
N _o	2,38	μg/L
P	2,73	μg/L
k _g	0,04	days ⁻¹
k _s	0,26	days ⁻¹
k ₁	0,6	days ⁻¹
k _o	0,48	days ⁻¹
C _o	8	μg/L
C _{ss}	26,53	μg/L

Άσκηση 1^η

- Με τη χρήση του κώδικα της Matlab που δόθηκε στο μάθημα να γίνει ο υπολογισμός και ένα διάγραμμα για τις συγκεντρώσεις των N_i, P, N_o σε συνάρτησης του χρόνου.
- Να γίνει η δημιουργία ενός μοντέλου στο excel που να υπολογίζει και να παρουσιάζει γραφικά τις συγκεντρώσεις των N_i, P, N_o σε συνάρτησης του χρόνου, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω σχέσεις των ισοζυγίων και τη μέθοδο Euler.

Τα ισοζύγια μάζας για τον ανόργανο φώσφορο, τον φώσφορο του φυτοπλαγκτόν και τον οργανικό φώσφορο αντίστοιχα, θα είναι:

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_0 \cdot N_0 - K_g \cdot P \cdot N_i \quad (1)$$

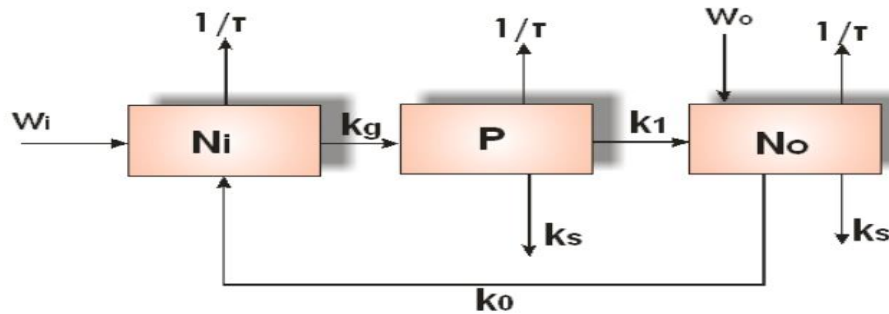
$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{\tau} + K_g \cdot P \cdot N_i - K_1 \cdot P - K_s \cdot P \quad (2)$$

$$\frac{dN_0}{dt} = \frac{w_0}{V} - \frac{N_0}{\tau} + K_1 \cdot P - K_0 \cdot N_0 - K_s \cdot N_0 \quad (3)$$

Γενικά για επίλυση του 1^{ου} ερωτήματος πρέπει να υπολογιστούν οι συντελεστές k_s , k_o , k_1

1.1 Υπολογισμός συντελεστών k_s, k_o, k_1

Για τον υπολογισμό των παραπάνω συντελεστών θεωρείτε η παρακάτω περίπτωση συμπεριφοράς του φωσφόρου στη λίμνη:



Όπου:

W_i =εισροή ανόργανου φωσφόρου

W_o =εισροή οργανικού φωσφόρου

τ =μέσος υδραυλικός χρόνος παραμονής

N_i =συγκέντρωση ανόργανου φωσφόρου

N_o =συγκέντρωση οργανικού φωσφόρου

P =συγκέντρωση φωσφόρου στο φυτοπλαγκτόν

Ακολουθώντας, δημιουργούνται τα ισοζύγια μάζας που παρουσιάζονται στο δεύτερο κομμάτι του 1^{ου} πρώτου ερωτήματος για καθεμία από τις τρεις μορφές εμφάνισης του φωσφόρου στη λίμνη:

$$\frac{dV N_i}{dt} = w_i - Q \cdot N_i + K_o \cdot V \cdot N_o - K_g \cdot V \cdot P \cdot N_i$$

και διαιρώντας με τον όγκο, τον οποίο θεωρούμε σταθερό, είναι

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_o \cdot N_o - K_g \cdot P \cdot N_i \quad (1)$$

Ομοίως προκύπτουν τα ισοζύγια μάζας και για τις άλλες μορφές του φωσφόρου:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{\tau} + K_g \cdot P \cdot N_i - K_1 \cdot P - K_s \cdot P \quad (2)$$

$$\frac{dN_o}{dt} = \frac{w_o}{V} - \frac{N_o}{\tau} + K_1 \cdot P - K_o \cdot N_o - K_s \cdot N_o \quad (3)$$

Αν προστεθούν τα τρία παραπάνω ισοζύγια μάζας προκύπτει το συνολικό ισοζύγιο μάζας, για τον συνολικό φώσφορο:

$$\frac{dN_i}{dt} + \frac{dP}{dt} + \frac{dN_0}{dt} = \frac{w_i}{V} + \frac{w_0}{V} - \frac{N_i}{\tau} - \frac{N_0}{\tau} - \frac{P}{\tau} - K_s \cdot P - K_s \cdot N_0$$

Θέτοντας

$N_{Total} = N_i + N_0 + P$ και $w_{Total} = w_i + w_0$ η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\Rightarrow \frac{dN_{Total}}{dt} = \frac{w_{Total}}{V} - \frac{N_{Total}}{\tau} - K_s \cdot P - K_s \cdot N_0$$

Στη συνέχεια, θεωρείται ότι το σύστημά βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση, άρα δεν υπάρχουν μεταβολές στις συγκεντρώσεις των τριών μορφών του φωσφόρου τις οποίες εξετάζονται οπότε:

$$\frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} - K_g \cdot P \cdot N_i + K_0 \cdot N_0 = 0 \quad (4)$$

$$-\frac{P}{\tau} + K_g \cdot P \cdot N_i - K_1 \cdot P - K_s \cdot P = 0 \quad (5)$$

$$\frac{w_0}{V} - \frac{N_0}{\tau} + K_1 \cdot P - K_0 \cdot N_0 - K_s \cdot N_0 = 0 \quad (6)$$

Λύνοντας την σχέση (5) ως προς N_i προκύπτει:

$$-\frac{P}{\tau} + K_g \cdot P \cdot N_i - K_1 \cdot P - K_s \cdot P = 0 \rightarrow K_g \cdot P \cdot N_i = \left(K_1 + K_s + \frac{1}{\tau}\right) \cdot P \rightarrow$$

$$\Rightarrow N_i = \frac{K_1 + K_s + \frac{1}{\tau}}{K_g} \quad (7)$$

Από την σχέση (6) λύνοντας ως προς N_0 προκύπτει:

$$\frac{w_0}{V} + K_1 \cdot P - \left(\frac{1}{\tau} + K_0 + K_s\right) \cdot N_0 = 0$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{\frac{w_0}{V} + K_1 \cdot P}{\left(\frac{1}{\tau} + K_0 + K_s\right)}$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{\frac{w_0}{VK_1} + P}{\frac{\left(\frac{1}{\tau} + K_0 + K_s\right)}{K_1}}$$

Άρα

$$\Rightarrow N_0 = \frac{\left(\frac{N_r}{\tau K_1}\right) + P}{\alpha} \quad (8)$$

Όπου:

$$\alpha = \frac{\left(K_0 + K_s + \frac{1}{\tau}\right)}{K_1}$$

$$N_r = \frac{w_0 \cdot \tau}{V}$$

Τέλος για τον προσδιορισμό του φωσφόρου στο φυτοπλαγκτόν, γίνεται αντικατάσταση της σχέσης (8) στην (4):

$$\frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} - K_g \cdot P \cdot N_i + K_0 \cdot \frac{\left(\frac{N_r}{\tau K_1}\right) + P}{\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow K_g \cdot P \cdot N_i = \frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_0 \cdot \frac{\left(\frac{w_0}{VK_1}\right) + P}{\alpha}$$

$$\Rightarrow K_g \cdot P \cdot N_i = \frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_0 \frac{P}{a} + K_0 \frac{w_0}{aVK_1}$$

$$\Rightarrow P \left(K_g \cdot N_i - \frac{K_0}{a} \right) = \frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_0 \frac{w_0}{aVK_1}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{w_i}{V} - \frac{N_i}{\tau} + K_0 \frac{w_0}{aVK_1}}{\left(K_g \cdot N_i - \frac{K_0}{a} \right)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{w_i}{V\tau} - N_i + \frac{K_0 w_0 \tau}{aVK_1}}{K_g \tau N_i - \frac{K_0 \tau}{a}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{(N_q - N_i) + N_r \frac{K_0}{aK_1}}{K_g \tau N_i - \frac{K_0 \tau}{a}}$$

$$\Rightarrow P = \frac{a(N_q - N_i) + N_r \frac{K_0}{K_1}}{aK_g \tau N_i - K_0 \tau}$$

Τελικά

$$P = \frac{a(N_q - N_i) + N_r \frac{K_0}{K_1}}{(aK_g N_i - K_0) \tau} \quad (9)$$

Όπου:

$$\alpha = \frac{\left(\frac{1}{\tau} + K_0 + K_s\right)}{K_1}$$

$$N_r = \frac{w_0 \cdot \tau}{V}$$

$$N_q = \frac{w_i \cdot \tau}{V}$$

Τώρα μπορεί να γίνει ο υπολογισμός των συντελεστών k_s, k_0, k_1

Ο υπολογισμός του συντελεστή k_0 θα γίνει με την χρήση της εξίσωσης (4) ως εξής:

$$(4) \Rightarrow k_0 = \frac{\frac{N_i}{\tau} + K_g * P * N_i - \frac{W_i}{V}}{N_0}$$

$$K_0 = \frac{\frac{21,42 \frac{\mu g}{L}}{608,3d} + 0,04 \frac{L}{\mu g * day} * 2,73 \frac{\mu g}{L} * 21,41 \frac{\mu g}{L} - \frac{12328707123 \frac{\mu g}{day}}{10^{10} L}}{2,38 \frac{\mu g}{L}}$$

$$\mathbf{k_0 = 0,48 \text{ day}^{-1}}$$

Για τον υπολογισμό των συντελεστών k_s, k_1 θα γίνει χρήση των εξισώσεων (6) και (7) και αφού λυθεί το σύστημα των εξισώσεων θα υπολογιστούν οι συντελεστές k_s και k_1 .

$$(6) \Rightarrow \frac{w_0}{V} - \frac{N_0}{\tau} + K_1 * P - K_0 * N_0 - K_s * N_0 = 0$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{\frac{N_0}{\tau} + K_0 * N_0 + K_s * N_0 - \frac{W_0}{V}}{P}$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{\frac{2,38 \frac{\mu g}{L}}{608,3d} + 0,48 \frac{1}{day} * 2,38 \frac{\mu g}{L} + K_s * 2,38 \frac{\mu g}{L} - 0,14}{2,73 \frac{\mu g}{L}}$$

$$\mathbf{K_1 = 0,37 + 0,87 * K_s}$$

$$\text{Από την εξίσωση (7)} \Rightarrow N_i = \frac{K_1 + K_s + 1/\tau}{K_g}$$

$$\Rightarrow K_s = K_g * N_i - K_1 - \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow K_s = 0,04 \frac{L}{\mu g * day} * 21,42 \frac{\mu g}{L} - (0,37 + 0,87 * K_s) - \frac{1}{608,3days}$$

$$\Rightarrow K_s = 0,26/\text{day}$$

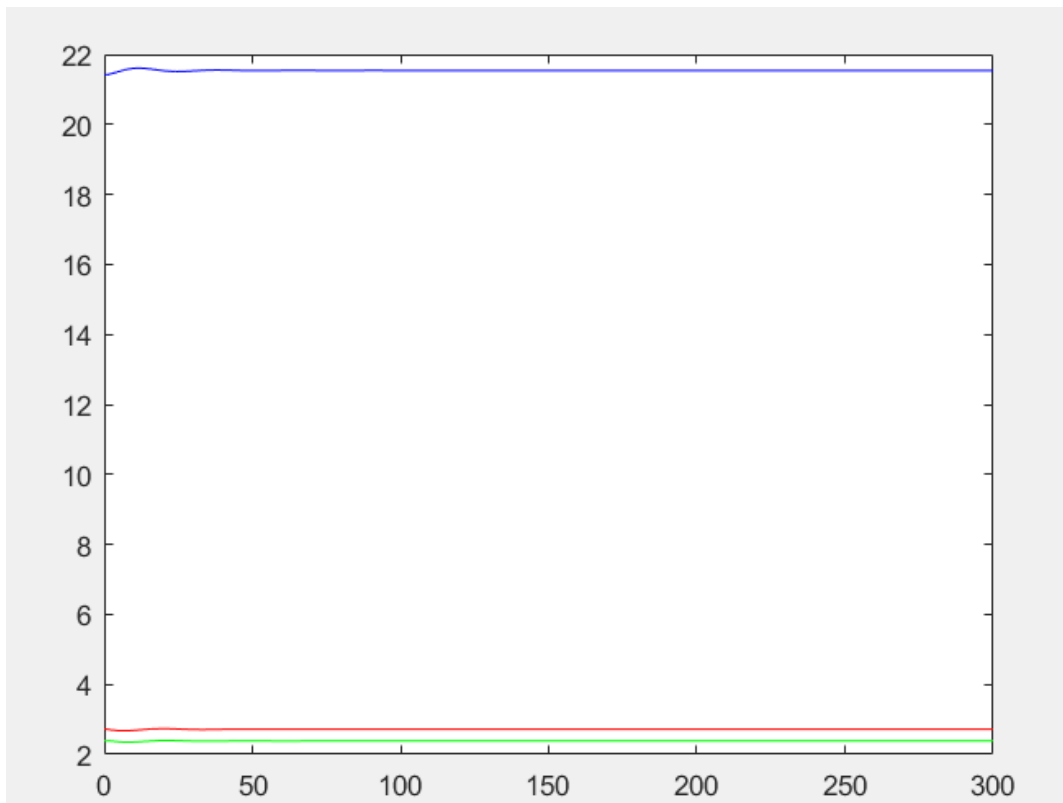
Και για το $K_1 = 0,4643 + 1,07 * 0,28$

$$\Rightarrow K_1 = 0,6 \text{ day}^{-1}$$

Αφού έχουν υπολογιστεί οι 3 συντελεστές μπορεί να γίνει η λύση του 1^{ου} ερωτήματος

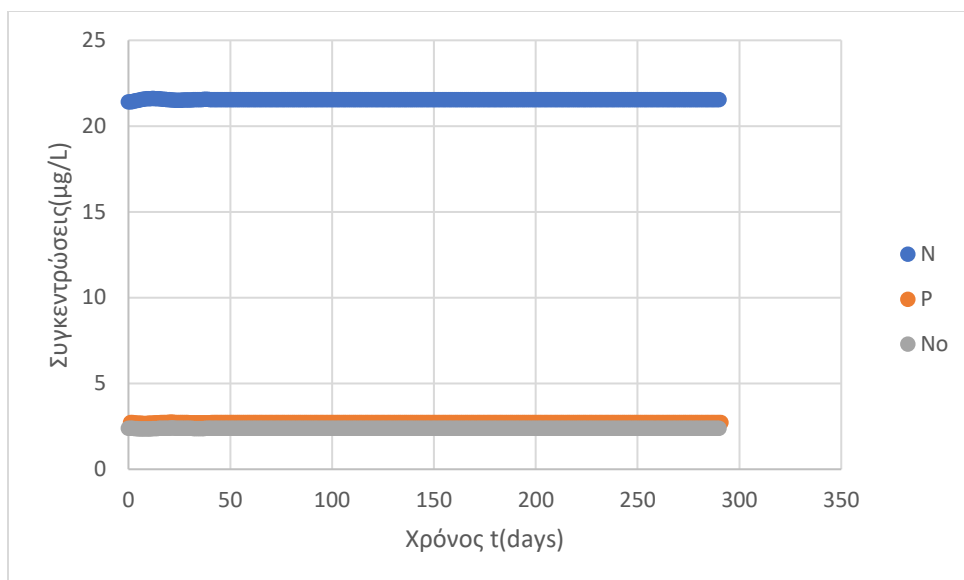
1.2 1^ο Ερώτημα

Για την επίλυση του πρώτου ερωτήματος της 1ης άσκησης απλά από το κώδικα που δόθηκε στο μάθημα γίνεται η αλλαγή του φορτίου, της παροχής, του Δt των συγκεντρώσεων N, No, P από τα δεδομένα του προβλήματος και των συντελεστών k_s, k_o, k_1 με τις τιμές που υπολογίστηκαν παραπάνω. Τελικά το διάγραμμα που προκύπτει από την Matlab είναι το ακόλουθο όπου με μπλε η συγκέντρωση ανόργανου φωσφόρου, με κόκκινο η συγκέντρωση οργανικού φωσφόρου και με πράσινο η συγκέντρωση φωσφόρου στο φυτοπλαγκτόν. (Ο κώδικας παρουσιάζεται στο Παράρτημα σελ.11).



1.3 2^ο Ερώτημα

Για το 2ο ερώτημα της 1^{ης} άσκησης οι πίνακες του Excel για τη μέθοδο Euler παρουσιάζονται στο Παράρτημα σελ.13. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα που προκύπτει από την μέθοδο του Euler και παρουσιάζει όπως και στο προηγούμενο διάγραμμα τις συγκεντρώσεις των τριών μορφών του φωσφόρου ως προς τον χρόνο.



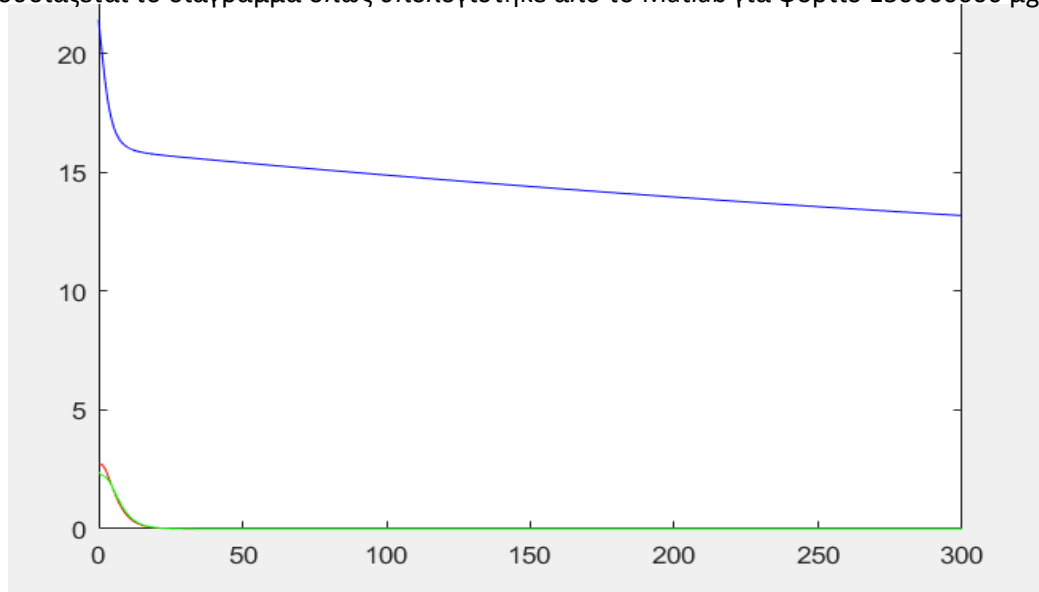
Παρατηρείτε ότι και στα δύο διαγράμματα οι μεταβολές των συγκεντρώσεων των τριών μορφών του φωσφόρου εντός της λίμνης παρουσιάζουν αμελητέες μεταβολές, με αποτέλεσμα να παραμένουν σταθερά και σχεδόν ίσα με τις αρχικές τιμές του προβλήματος.

Ερώτημα 2

Πόσο πρέπει να μειωθεί το συνολικό φορτίο ώστε η ολική συγκέντρωση του φωσφόρου σε σταθερή κατάσταση (C_{ss}) να μην ξεπερνά τα 15 $\mu\text{g/L}$ (μεσοτροφικό σύστημα); Να λυθεί με τη βοήθεια της Matlab βάσει του κώδικα που έχει δοθεί, και βάσει του μοντέλου που δημιουργήθηκε στη 1^η άσκηση στο excel.

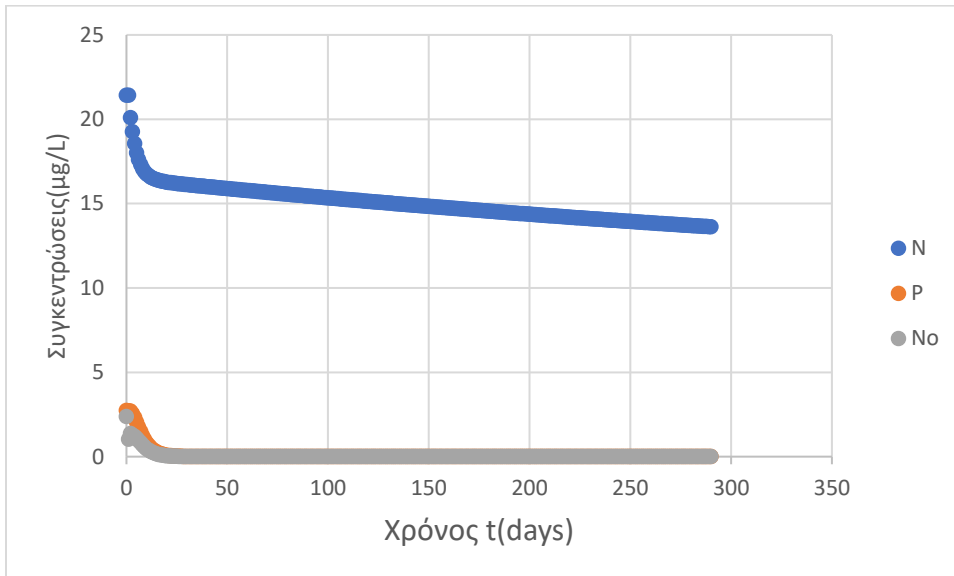
Matlab

Για την εύρεση του φορτίου που πρέπει να μειωθεί ώστε η ολική συγκέντρωση του φωσφόρου σε σταθερή κατάσταση (C_{ss}) να μην ξεπερνά τα 15 $\mu\text{g/L}$ έγινε με δοκιμές φορτίων μέχρι η συγκέντρωση του ανόργανου φωσφόρου να πέσει κάτω από 15 $\mu\text{g/L}$ (οι άλλες 2 συγκεντρώσεις του φωσφόρου είναι πολύ κοντά στο 0 όσο μειωνόταν το φορτίο). Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα όπως υπολογίστηκε από το Matlab για φορτίο 150000000 $\mu\text{g/day}$



Excel

Οι πίνακες που χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογιστεί το ακόλουθο διάγραμμα βρίσκονται στο παράρτημα σελ. 14-15.



Βιβλιογραφία

1. Εργαστηριακές σημειώσεις μαθήματος, «Εφαρμογές σε Περιβαλλοντικά Μοντέλα»
2. Jerald L. ,Περιβαλλοντικά Μοντέλα, 2^η Έκδοση, Έκδοσης Τζιόλα,2017
3. Οι φυσικές λίμνες της Αιτωλοακαρνανίας: Λυσιμαχία

Παράρτημα για Matlab

Κώδικας στο Matlab για 1^η Άσκηση

```
V=1*10^10;
Q=16438356.16;
Dt=1; %Dt
R=300
T=V/Q; %XRONOS PARAMONIS
L=13698630137; %ug/day
W1=0.9*L;
W2=0.1*L;
N=zeros(1,R+1);
P=zeros(1,R+1);
No=zeros(1,R+1);
N(1,1)=21.42; %ug/L
P(1,1)=2.73; %ug/L
No(1,1)=2.38; %ug/L
Kg=0.04; %L/ug/day
Ko=0.48; %1/day
K1=0.6; %1/day
Ks=0.26; %1/day
for i=1:R
    DN(1,i)=W1/V-N(1,i)/T+Ko*No(1,i)-Kg*N(1,i)*P(1,i);
    DP(1,i)=Kg*N(1,i)*P(1,i)-(K1+Ks)*P(1,i)-P(1,i)/T;
    DNo(1,i)=W2/V-No(1,i)/T+K1*P(1,i)-(Ks+Ko)*No(1,i);
    N(1,i+1)=N(1,i)+DN(1,i)*Dt;
    P(1,i+1)=P(1,i)+DP(1,i)*Dt;
    No(1,i+1)=No(1,i)+DNo(1,i)*Dt;
end
x=zeros(1,R+1);
x(1,1)=0;
for i=1:R
    x(1,i+1)=x(1,i)+Dt;
end

figure;
plot(x,N,'b',x,P,'r',x,No,'g');
```

Κώδικας στο Matlab για 2^η Άσκηση

Στον κώδικα το μόνο που άλλαξε είναι το φορτίο από 13698630137μg/day σε 150000000 μg/day .

```
V=1*10^10;
Q=16438356.16;
Dt=1; %Dt
R=300
T=V/Q; %XRONOS PARAMONIS
L=1.5*10^8; %ug/day (αυτό άλλαξε)
W1=0.9*L;
W2=0.1*L;
```

```

N=zeros(1,R+1);
P=zeros(1,R+1);
No=zeros(1,R+1);
N(1,1)=21.42;      %ug/L
P(1,1)=2.73;       %ug/L
No(1,1)=2.38;      %ug/L
Kg=0.04;           %L/ug/day
Ko=0.48;           %1/day
Kl=0.60;           %1/day
Ks=0.26;           %1/day
for i=1:R
    DN(1,i)=W1/V-N(1,i)/T+Ko*No(1,i)-Kg*N(1,i)*P(1,i);
    DP(1,i)=Kg*N(1,i)*P(1,i)-(Kl+Ks)*P(1,i)-P(1,i)/T;
    DNo(1,i)=W2/V-No(1,i)/T+Kl*P(1,i)-(Ks+Ko)*No(1,i);
    N(1,i+1)=N(1,i)+DN(1,i)*Dt;
    P(1,i+1)=P(1,i)+DP(1,i)*Dt;
    No(1,i+1)=No(1,i)+DNo(1,i)*Dt;
end
x=zeros(1,R+1);
x(1,1)=0;
for i=1:R
    x(1,i+1)=x(1,i)+Dt;
end

figure;
plot(x,N,'b',x,P,'r',x,No,'g');

```

Παράρτημα για EXCEL

Χρόνος t(days)	N	P	No	Χρονικό Βήμα Δt	DN/dt	DP/dt	DNo/dt
0	21,42	2,73	2,38	1	0	-0,01322	0,010874
1	21,42	2,716776	2,390874	1	0,016545004	-0,01316	-0,00512
2	21,43655	2,703616	2,385753	1	0,023548219	-0,01131	-0,00922
3	21,46009	2,692309	2,376532	1	0,026246546	-0,00872	-0,00917
4	21,48634	2,683586	2,367362	1	0,0264765	-0,00588	-0,00761
5	21,51282	2,677708	2,359755	1	0,025000678	-0,00303	-0,0055
6	21,53782	2,674679	2,354259	1	0,022256059	-0,00035	-0,00324
7	21,56007	2,674328	2,35102	1	0,018587457	0,00203	-0,00105
8	21,57866	2,676357	2,349971	1	0,014313469	0,004021	0,000946
9	21,59297	2,680379	2,350917	1	0,009738318	0,005562	0,002658
10	21,60271	2,68594	2,353575	1	0,005146705	0,00662	0,004025

11	21,60786	2,69256	2,3576	1	0,000794056	0,00719	0,005013
12	21,60865	2,69975	2,362613	1	-0,003103381	0,007295	0,005612
13	21,60555	2,707046	2,368224	1	-0,006376693	0,006979	0,005829
14	21,59917	2,714025	2,374054	1	-0,008909687	0,006305	0,005696
15	21,59026	2,720329	2,37975	1	-0,010640956	0,00535	0,005257
16	21,57962	2,725679	2,385006	1	-0,011562437	0,0042	0,00457
17	21,56806	2,729879	2,389577	1	-0,011714619	0,002944	0,003703
18	21,55635	2,732823	2,393279	1	-0,01117896	0,001667	0,002725
19	21,54517	2,73449	2,396004	1	-0,010068272	0,000445	0,001705
20	21,5351	2,734935	2,397709	1	-0,008516027	-0,00066	0,000708
21	21,52658	2,734279	2,398417	1	-0,006665547	-0,00159	-0,00021
22	21,51992	2,732691	2,398207	1	-0,004659912	-0,00232	-0,00101
23	21,51526	2,730376	2,3972	1	-0,002633272	-0,00282	-0,00165
24	21,51262	2,727553	2,39555	1	-0,000703965	-0,00311	-0,00212
25	21,51192	2,724447	2,393429	1	0,001030359	-0,00318	-0,00241
26	21,51295	2,721267	2,391017	1	0,002495621	-0,00306	-0,00253
27	21,51545	2,718203	2,388485	1	0,003642367	-0,00279	-0,00249
28	21,51909	2,715414	2,385991	1	0,004445266	-0,00239	-0,00232
29	21,52353	2,713023	2,383672	1	0,004901328	-0,00191	-0,00203
30	21,52843	2,711117	2,381638	1	0,005027176	-0,00137	-0,00167
31	21,53346	2,709743	2,379967	1	0,004855656	-0,00083	-0,00126
32	21,53832	2,708916	2,378711	1	0,004432048	-0,0003	-0,00082
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
280	21,5411	2,716508	2,383748	1	-5,27326E-10	2,34E-10	2,4E-10
281	21,5411	2,716508	2,383748	1	-5,56287E-10	1,77E-10	2,03E-10
282	21,5411	2,716508	2,383748	1	-5,50379E-10	1,17E-10	1,59E-10
283	21,5411	2,716508	2,383748	1	-5,14108E-10	5,69E-11	1,11E-10
284	21,5411	2,716508	2,383748	1	-4,53152E-10	1,05E-12	6,29E-11
285	21,5411	2,716508	2,383748	1	-3,73907E-10	-4,8E-11	1,69E-11
286	21,5411	2,716508	2,383748	1	-2,83033E-10	-8,9E-11	-2,5E-11
287	21,5411	2,716508	2,383748	1	-1,87051E-10	-1,2E-10	-6E-11
288	21,5411	2,716508	2,383748	1	-9,19924E-11	-1,4E-10	-8,7E-11
289	21,5411	2,716508	2,383748	1	-3,11129E-12	-1,5E-10	-1,1E-10
290	21,5411	2,716508	2,383748	1	7,53129E-11	-1,5E-10	-1,2E-10

Πίνακας για 2^η Άσκηση

	N	P	No		DN/dt	DP/dt	DNo/dt
--	---	---	----	--	-------	-------	--------

Χρόνος t(days)				Χρονικό Βήμα Δt			
0	21,42	2,73	2,38	1	0	- 0,01322	-1,34399
1	21,42	2,716776	1,036011	1	-1,3218	- 0,01316	0,332857
2	20,0982	2,703616	1,368868	1	- 0,83524	- 0,15604	-0,0923
3	19,26296	2,547574	1,27657	1	- 0,71486	- 0,23215	-0,07022
4	18,5481	2,315425	1,206348	1	- 0,53826	-0,2772	-0,12148
5	18,00984	2,038222	1,084865	1	- 0,40833	-0,2879	-0,13552
6	17,60151	1,750322	0,949347	1	- 0,30609	- 0,27582	-0,13838
7	17,29542	1,4745	0,81097	1	-0,2306	- 0,25041	-0,13041
8	17,06483	1,224091	0,680565	1	- 0,17504	- 0,21917	-0,11718
9	16,88979	1,004916	0,563386	1	- 0,13434	- 0,18697	-0,10179
10	16,75544	0,817949	0,461594	1	- 0,10438	- 0,15658	-0,08637
11	16,65106	0,661372	0,375224	1	- 0,08218	- 0,12937	-0,07205
12	16,56888	0,532007	0,303179	1	-0,0656	- 0,10581	-0,05935
13	16,50328	0,426197	0,243828	1	- 0,05312	- 0,08588	-0,04844
14	16,45016	0,340313	0,195391	1	- 0,04366	-0,0693	-0,03925
15	16,40651	0,271012	0,156143	1	- 0,03644	- 0,05566	-0,03163
16	16,37006	0,215351	0,124515	1	- 0,03091	- 0,04454	-0,02538
17	16,33915	0,170807	0,099138	1	- 0,02666	- 0,03554	-0,02029
18	16,31249	0,135266	0,078846	1	- 0,02337	- 0,02829	-0,01618
19	16,28912	0,106976	0,062667	1	- 0,02082	- 0,02247	-0,01287
20	16,2683	0,084503	0,049795	1	- 0,01884	- 0,01782	-0,01022
21	16,24946	0,06668	0,039575	1	-0,0173	- 0,01411	-0,0081

22	16,23217	0,052566	0,031473	1	-0,0161	- 0,01116	-0,00641
23	16,21607	0,041403	0,025059	1	- 0,01516	- 0,00882	-0,00507
24	16,20091	0,032584	0,019988	1	- 0,01442	- 0,00696	-0,00401
25	16,18649	0,025624	0,015982	1	- 0,01385	- 0,00549	-0,00316
26	16,17264	0,020136	0,012822	1	- 0,01339	- 0,00432	-0,00249
27	16,15925	0,015812	0,01033	1	- 0,01304	-0,0034	-0,00196
28	16,14621	0,012408	0,008368	1	- 0,01276	- 0,00268	-0,00154
29	16,13345	0,00973	0,006823	1	- 0,01253	-0,0021	-0,00121
30	16,12092	0,007626	0,005608	1	- 0,01236	- 0,00165	-0,00095
31	16,10856	0,005972	0,004653	1	- 0,01221	-0,0013	-0,00075
32	16,09635	0,004675	0,003903	1	-0,0121	- 0,00102	-0,00059
33	16,08425	0,003656	0,003315	1	- 0,01201	-0,0008	-0,00046
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
280	13,69574	7,25E-37	0,001197	1	- 0,00783	-2,3E-37	0
281	13,68791	4,97E-37	0,001197	1	- 0,00781	-1,6E-37	0
282	13,68009	3,41E-37	0,001197	1	-0,0078	-1,1E-37	0
283	13,67229	2,34E-37	0,001197	1	- 0,00779	-7,4E-38	0
284	13,6645	1,6E-37	0,001197	1	- 0,00778	-5,1E-38	0
285	13,65673	1,1E-37	0,001197	1	- 0,00776	-3,5E-38	0
286	13,64896	7,52E-38	0,001197	1	- 0,00775	-2,4E-38	0
287	13,64121	5,14E-38	0,001197	1	- 0,00774	-1,6E-38	0
288	13,63347	3,52E-38	0,001197	1	- 0,00773	-1,1E-38	0

289	13,62575	2,41E-38	0,001197	1	- 0,00771	-7,6E-39	0
290	13,61804	1,64E-38	0,001197	1	-0,0077	-5,2E-39	0